

Chapitre I

Le nombre d'or et la divine proportion

Filles des nombres d'or,
Fortes des lois du ciel,
Sur nous tombe et s'endort,
Un Dieu couleur de miel.

Paul Valéry, *Cantique des Colonnes*

Une règle géométrique d'une inégalable harmonie se dissimulerait-elle dans l'œuvre des plus grands artistes, de Phidias à Salvador Dali et de Léonard de Vinci au Corbusier ? Le pouvoir de fascination et les propriétés esthétiques prêtées au nombre d'or relèvent-elles de l'ésotérisme ou de la réalité ?

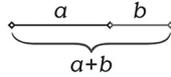
Le nombre d'or

Le moine géomètre Luca Pacioli, un contemporain de Léonard de Vinci, l'avait surnommé *Divine Proportion* dans un ouvrage consacré à ses propriétés mathématiques et à ses attributs esthétiques. Il fut ensuite appelé *Der goldene Schnitt*, c'est-à-dire la section dorée, par le philosophe allemand Adolf Zeising, avant que le diplomate roumain Matila Ghyka ne lui donne, en 1932, le nom de nombre d'or.

Clé de la beauté et de l'harmonie, le nombre d'or fait son apparition dans la pensée grecque avec Pythagore, au tournant du VI^e et du V^e siècle avant notre ère. Mais Euclide, dans ses *Éléments*, est le premier à en développer la théorie lorsqu'il entreprend de définir la manière la plus harmonieuse de couper un segment en deux parties inégales.

D'un point de vue géométrique, la section dorée est celle qui coupe un segment en deux parties inégales, dont la plus grande est dans le même rapport au tout que la plus petite à la plus grande. Euclide nomme ce découpage « proportion de moyenne et d'extrême raison ».

De la manière la plus harmonieuse de couper un segment
en deux parties inégales



Le rapport $(a + b)/a = a/b$ est le nombre d'or.

Le nombre d'or est égal à $(1+\sqrt{5})/2$, soit environ 1,618033 98875... (le record de calcul actuel, détenu par le mathématicien canadien Simon Plouffe, est de dix millions de décimales, ce qui correspond à 29 minutes de calcul). Le nombre d'or est désigné par la lettre grecque Φ , en hommage au sculpteur grec Phidias, qui l'aurait utilisé pour concevoir la statue de la déesse Athéna au Parthénon, sur l'Acropole d'Athènes, au V^e siècle avant notre ère.

Des polygones dorés

Dans un rectangle d'or, le rapport de la longueur à la largeur est égal au nombre d'or. Le Parthénon a été construit selon les règles de l'harmonie grecque et respecte la proportion dorée : le rectangle qui contient toute la façade est un rectangle d'or, à condition toutefois de tronquer le toit ou de prendre quelques marches du fronton en plus de la façade elle-même.

Le Parthénon et la divine proportion



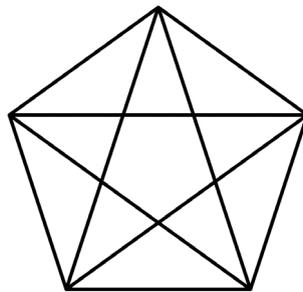
Plusieurs rectangles d'or s'inscrivent dans la façade du Parthénon.
© Fernando Corbalán, *Le Nombre d'or*, Images des Mathématiques, CNRS.

Toujours en Grèce, le théâtre d'Épidaure, renommé pour ses qualités acoustiques, possède une rangée de 34 gradins et une rangée de 21 gradins. Le rapport entre ces deux nombres vaut 1,619..., c'est-à-dire le nombre d'or à moins d'un millième près !

Le triangle d'or, pour sa part, est un triangle isocèle dont les longueurs des côtés sont dans le rapport du nombre d'or, ce qui implique des angles de 36° et 72° . La grande frise qui court le long de la tour Eiffel comporte les noms de 72 savants français qui ont fait avancer la science, de la Révolution de 1789 à l'Exposition universelle de 1889. Eiffel aurait choisi sciemment le nombre 72 pour sa symbolique, en référence à l'un des angles de la base du triangle sublime, clé mathématique de l'harmonie.

Quant au pentagone régulier, la proportion entre une de ses diagonales et un de ses côtés est égale au nombre d'or, ce qui expliquerait son aspect plaisant et flatteur pour l'œil. Le signe de reconnaissance des Pythagoriciens était l'étoile à cinq branches, ou pentagramme, qui s'inscrit dans le pentagone régulier. Ayant été les premiers à savoir la dessiner et ayant pris soin de tenir leur technique secrète, les membres du groupe ont longtemps fait figure de magiciens.

Pentagone régulier et pentagramme inscrit



Les pyramides

La Pyramide de Khéops, la seule des Sept Merveilles du monde antique à avoir survécu jusqu'à nos jours, a été édifiée en 2 600 avant notre ère, il y a plus de 4 500 ans, sur le plateau de Gizeh, en Égypte. Ni trop pointue, ni trop écrasée, d'aucuns soutiennent que cette esthétique particulière serait une conséquence de la présence du nombre d'or dans ses proportions. Des prêtres égyptiens auraient confié à l'historien-voyageur grec Hérodote que les pyramides du plateau de Gizeh avaient été dessinées et construites de manière que la surface de chacune de leurs faces triangulaires soit égale à la surface d'un carré de côté égal à la hauteur verticale de la pyramide. Si l'on introduit l'apothème d'une pyramide, c'est-à-dire la distance reliant le sommet de la pyramide au milieu d'un des côtés du carré qui forme sa base, on peut montrer que le rapport de l'apothème de la pyramide de Khéops (qui vaut 356 coudées) à sa demi-base (qui mesure 220 coudées si l'on enlève les pierres de parement) est à peu près égal au nombre d'or.

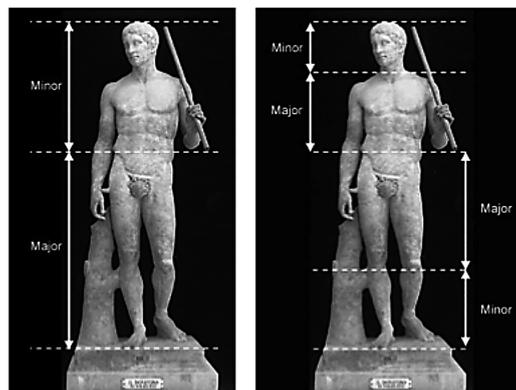
Les pyramides de Gizeh



© Riccardo Liberato

La Grande Pyramide du Louvre, la troisième œuvre du musée la plus appréciée après *La Joconde* et *La Vénus de Milo*, a été conçue comme une réduction de la Pyramide de Khéops. Le rapport de son apothème (environ 28 mètres) à sa demi-base (17,5 mètres) est, là encore, voisin du nombre d'or. Et les trois petites pyramides, elles aussi, respectent le nombre d'or.

L'homme idéal



Le sculpteur grec Polyclète, qui officiait entre 460 et 420 avant notre ère, est considéré comme le père de l'anthropométrie grecque classique. Polyclète est l'auteur d'un Canon détaillé où il énonce les règles de la beauté. Son *Doryphore*, un éphèbe robuste et souple tenant une lance, est proportionné selon le nombre d'or. Le rapport de la hauteur totale du corps humain à la distance sol-nombril est égal au nombre d'or, de même que le rapport des distances sol-nombril et sommet du crâne-nombril. Le

rapport de la distance cou-nombril à la hauteur de la tête est égal au nombre d'or de même que le rapport des distances sommet du crâne-nombril et cou-nombril. Il en est de même pour les rapports des distances sol-nombril et genou-nombril ou encore les distances nombril-genou et genou-sol.

Le célèbre dessin de Léonard de Vinci, *l'homme de Vitruve*, illustre également la volonté de définir un homme idéal. Les proportions de cet homme aux bras écartés, qui s'inscrit à la fois dans un cercle et un carré, respecteraient, elles aussi, le rapport du nombre d'or : 1,618...

Les bâtisseurs de cathédrales

Selon une étude de l'abbé Jean Betous, parue dans les *Cahiers de l'abbaye de Boscodon* en 1985, mais contestée car reposant sur un nombre insuffisant de sources, les bâtisseurs de cathédrales romanes auraient utilisé une règle spéciale, dite quine des bâtisseurs, constituée de cinq tiges articulées, correspondant chacune à une unité de mesure en lien avec le corps humain : la paume (7,64 cm), la palme (12,36 cm), l'empan (20 cm), le pied (32,36 cm) et la coudée (52,36 cm).

Le passage d'une unité de mesure à l'autre s'effectuait grâce à une multiplication par le nombre d'or. De plus, une unité de mesure était égale à la somme des deux précédentes. Ainsi une paume plus une palme valait un empan ; une palme plus un empan valait un pied ; un empan plus un pied, une coudée. Le procédé consistant à sommer deux termes consécutifs d'une suite de nombres pour obtenir le suivant est la base de ce que l'on nomme *suite de Fibonacci*.

Leonardo Fibonacci



Parmi les cathédrales gothiques, Notre-Dame de Paris n'est pas aussi élevée que les autres du fait de sa construction selon les canons du nombre d'or. Si on divise la hauteur de

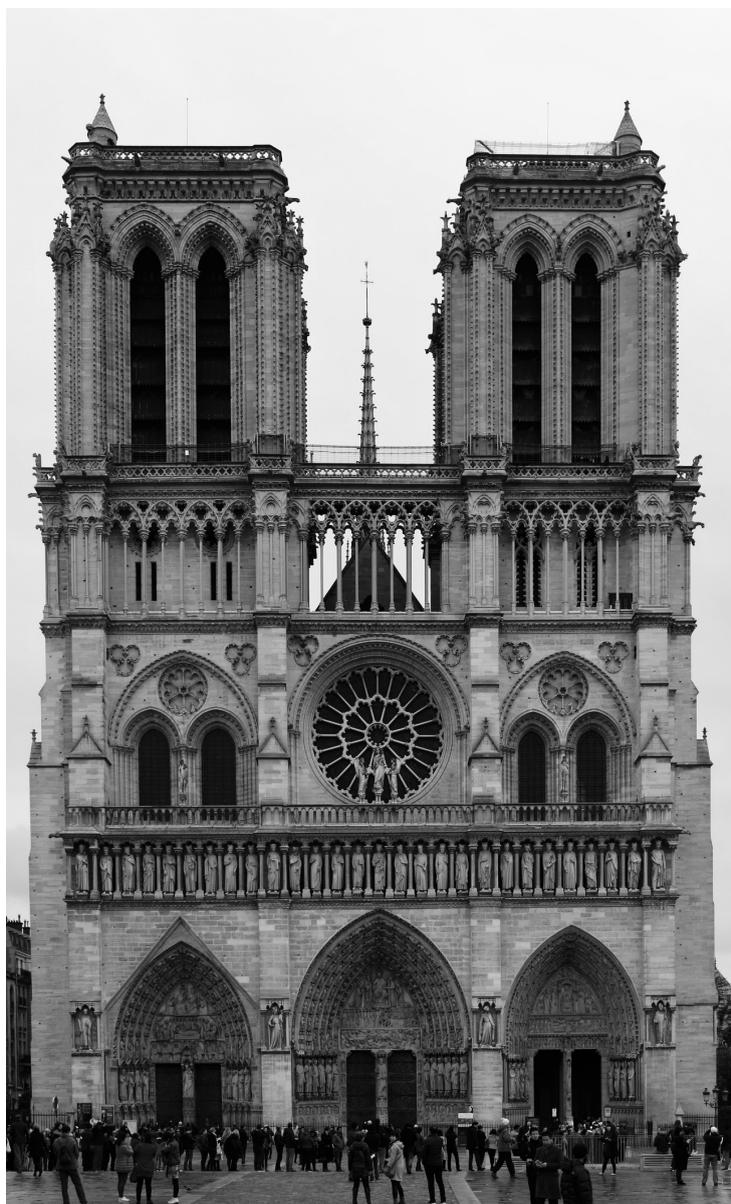
DE LEONARDO FIBONACCI AU DA VINCI CODE

Au XIII^e siècle, le mathématicien italien Leonardo Pisano, dit Fibonacci, avait posé le problème suivant : « Possédant initialement un couple de lapins, combien de couples obtient-on en douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence ? »

Cette suite, le premier code décrypté dans le roman de Dan Brown, intitulé *Da Vinci Code*, est construite sur la raison suivante : chaque nombre de la suite s'obtient en additionnant les deux nombres précédents de la suite. Ainsi la suite partant de 0 est : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144... Le rapport entre deux termes qui se suivent tend de plus en plus précisément vers le nombre d'or : $5/3 = 1,666$; $13/8 = 1,625$; $144/89 = 1,6179...$

la façade occidentale de l'édifice, qui s'inscrit dans un rectangle (fioritures et décorations du toit des tours comprises) par sa largeur, on obtient approximativement le nombre d'or. Dans le même esprit, la façade peut être subdivisée en trois étages, eux-mêmes décomposés en trois parties successives. On peut également retrouver des rectangles d'or au niveau des encadrements des portes, la porte centrale exceptée, ainsi qu'au deuxième étage, entre le vitrail principal et les deux tours.

Façade de la cathédrale Notre-Dame de Paris



Les dimensions de la façade respectent quasiment les proportions du nombre d'or.

La façade occidentale de la cathédrale de Strasbourg, le tympan du portail central de la cathédrale de Vézelay, la cathédrale de Cologne, les Dômes de Milan et de Florence, ainsi que le Taj Mahal, monument funéraire élevé en Inde, respectent également la divine proportion.

Le Corbusier et son Modulor, mesures et démesure

Charles Édouard Jeanneret, dit Le Corbusier (1887-1965), est un architecte, urbaniste et peintre français d'origine suisse. Formé en Allemagne, Le Corbusier a subi l'influence des psycho-physiciens et a été bercé par les théories de l'esthétique scientifique, où tout peut être mesuré, y compris les sensations, les réactions cognitives ou la psychologie humaine. Selon Le Corbusier, l'homme est un animal qui « doit pouvoir s'ébrouer tout à son aise dans l'espace de sa maison ». D'où l'impérieuse nécessité d'aménager l'espace architectural pour que le corps s'y reconnaisse.

À cet effet, Le Corbusier formule un système de mesure, qu'il appelle le Modulor, tiré des proportions entre les différentes parties du corps humain et basé sur le nombre d'or. Plus adaptée à la morphologie humaine que le système métrique, cette gamme de mesures, brevetée en 1945, est destinée à mettre en résonance l'homme avec l'architecture et, partant, l'homme avec la nature et l'univers.

Sur sa grille, Le Corbusier représente la silhouette d'un homme debout, levant un bras. L'échelle du Modulor suit la progression de la suite de Fibonacci, dont la raison tend vers le nombre d'or. Le rapport entre la taille humaine standard (1,83 m) et la hauteur moyenne du nombril (1,13 m), par exemple, est égal à 1,619, soit le nombre d'or à un millième près.

Le Modulor



Pour Le Corbusier, « la maison est une machine à habiter ». Un habitat adapté à l'homme comprendrait par exemple, une hauteur de plafond de 226 cm, une hauteur de bar de 113 cm, une hauteur de table de 70 cm, une hauteur de chaise de 43 cm. Dans le même esprit, la hauteur d'un élément de cuisine serait de 86 cm.

Sa vision de la ville moderne se concrétisant, Le Corbusier achève, à Marseille, en 1952, la construction d'une unité d'habitation qui exprime ses idées en matière de logement collectif : la Cité radieuse, censée préfigurer « l'âge d'or » de l'habitat humain.

Cellule d'habitation pensée à l'échelle humaine, véritable ville dans la ville, cette résidence construite sous forme de barres sur pilotis, près du boulevard Michelet, est constituée de 360 appartements en duplex distribués par de larges couloirs voulus comme des rues intérieures. Classée monument historique, « la maison du fada », comme la surnomment parfois les autochtones, attire chaque année un nombre croissant de touristes.

D'autres unités d'habitation ont suivi, à Rézé, au sud de Nantes, à Berlin, à Briey-en-Forêt, près de Metz, et à Firminy-Vert, dans le département de la Loire. Et l'immeuble des Nations unies, à New York, dont la construction a duré six ans, de 1947 à 1953, est composé de trois rectangles d'or.

Le nombre d'or en peinture

Les peintres de la Renaissance, Botticelli avec *La Naissance de Vénus*, Titien, Michel-Ange, Léonard de Vinci ou Raphaël, influencés, consciemment ou non, par la divine proportion, auraient intégré dans leurs compositions le nombre d'or. Rectangles, triangles, pentagrammes et spirales d'or se retrouvent à tous les niveaux de détails.

Des proportions basées sur le nombre d'or peuvent se retrouver dans *La Joconde* de Léonard de Vinci (1452-1519), de même que dans *San Gerolamo*, *La Vergine delle rocce*, *L'Annonciation*, *Léda* ou *La Cène*. Les éléments de la composition de ce tableau révèlent diverses formes du nombre d'or, que l'on retrouve dans les dimensions clés de la salle et de la table.

Parmi les contemporains, Edgar Degas (1834-1917) utilise le rectangle d'or dans la composition de son tableau *Le Champ de course*. Des divisions simples aident Degas à disposer les personnages et objets à la surface de la toile.

Piet Mondrian (1872-1944), dont l'objectif est de restituer l'harmonie des rapports (rapport des positions, rapport des proportions, rapports des couleurs), combine ces éléments en obéissant au principe de la divine harmonie, d'où une présence très forte du nombre d'or dans son œuvre.

Dans sa toile, *Composition A*, qui date de 1923, Mondrian conçoit, par jeu, de nombreux rectangles dans la divine proportion. Jeu auquel se serait également livré Georges Seurat (1859-1891) dans *La Parade de cirque*.